

# 6

## Merkwaardige producten en ontbinden in factoren



### Dit kun je al

- 1 een macht tot een macht verheffen
- 2 eentermen vermenigvuldigen
- 3 eentermen delen
- 4 veeltermen vermenigvuldigen
- 5 een veelterm delen door een eenterm

### Test jezelf

Elke vraag heeft maar één juist antwoord. Controleer je antwoord in de correctiesleutel. Achter elke vraag staat een verwijzing naar extra oefeningen in je oefenboek.

	A	B	C	Verder oefenen?
1 $(a^5)^2$	$a^7$	$a^{25}$	$a^{10}$	oef. 317 - 318
2 $2a^2b \cdot 4ab^2$	$16a^6b^6$	$8a^3b^3$	$6a^2b^2$	oef. 397
3 $15x^6y^3 : (5x^2y^3)$	$3x^2y$	$3x^6y^6$	$3x^2$	oef. 406
4 $(a + b)(c - d)$	$ac - bd$	$ac - ad + bc - bd$	$ac + ad - bc - bd$	oef. 465
5 $(3ab + 6ad) : 3a \quad (a \neq 0)$	$b + 2d$	$b + 6ad$	$3ab + 2d$	oef. 471

### Dit heb je nodig

- leerwerkboek p. 103 - 116
- oefenboek nr. 489 - 563

### Inhoud

- G28** Merkwaardig product:  
kwadraat van een tweeterm p. 104
- G29** Merkwaardig product:  
product van toegevoegde tweetermen p. 106
- G30** Ontbinden in factoren:  
afzonderen van gemeenschappelijke factoren p. 110
- G31** Ontbinden in factoren: een tweeterm ontbinden p. 112
- G32** Ontbinden in factoren: een drieterm ontbinden  
als een kwadraat van een tweeterm p. 114

## Op verkenning

De varkens in 'Animal Farm' zijn boos. Hun territorium heeft nu de vorm van een vierkant met zijde  $a$ , maar dat is veel te klein. Het gebied dat ze willen inpalmen is echter van de paarden, niet zo eenvoudig dus. Maar de varkens nemen, na enige discussie, een kordaat besluit. Elke zijde van hun vierkant moet met een lengte  $b$  groter gemaakt worden ( $b < a$ )!



- Wat is de oppervlakte van het nieuwe gebied?

– Hoe bereken je de oppervlakte van een vierkant?

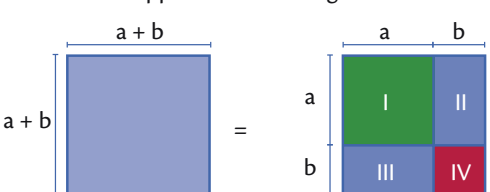
$$z \cdot z = z^2$$

– Wat is de zijde van het oorspronkelijke gebied?

$$a$$

– Wat is de zijde van het nieuwe gebied?

$$a + b$$

KWADRAAT VAN EEN TWEETERM (MEETKUNDIGE VOORSTELLING)	KWADRAAT VAN EEN TWEETERM (PRODUCT VAN TWEE TWEETERMEN)
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bereken de oppervlakte van elk gebied.</li> </ul>  <p> <math>S = (a + b)^2</math>  <math>S = (a + b)(a + b)</math>  <math>S = a^2 + ab + ba + b^2</math>  <math>S = a^2 + 2ab + b^2</math> </p> <p> <math>S = S_I + S_{II} + S_{III} + S_{IV}</math>  <math>S_I = a \cdot a = a^2</math>  <math>S_{II} = a \cdot b = ab</math>  <math>S_{III} = a \cdot b = ab</math>  <math>S_{IV} = b \cdot b = b^2</math>  <math>S = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2</math> </p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noteer de resultaten als een gelijkheid.</li> </ul> $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Noteer elk kwadraat als een product van twee tweetermen en reken uit.</li> </ul> $(x - 3)^2 = (x - 3)(x - 3)$ $= x^2 - 3x - 3x + (-3)^2$ $= x^2 - 6x + 9$ $(-2 + b)^2 = (-2 + b) \cdot (-2 + b)$ $= (-2)^2 - 2b - 2b + b^2$ $= 4 - 4b + b^2$ $(x + 2)^2 = (x + 2) \cdot (x + 2)$ $= x^2 + 2x + 2x + 2^2$ $= x^2 + 4x + 4$ $(-5 - y)^2 = (-5 - y) \cdot (-5 - y)$ $= (-5)^2 + 5y + 5y + (-y)^2$ $= 25 + 10y + y^2$

- Hoeveel termen zijn er telkens in het resultaat?

Drie

- Je kunt deze termen ook onmiddellijk berekenen.

VRAAG	ANTWOORD	VOORBEELD $(x-4)^2$
Hoe bereken je de <b>eerste term</b> ? Wat is het teken? Verklaar.	Je berekent het kwadraat van de 1e term. Altijd + omdat een kwadraat altijd positief is.	$x^2$
Hoe bereken je de <b>tweede term</b> (het dubbelproduct)? Wat is het teken? Verklaar.	Je berekent het product van de 1e en de 2e term en je vermenigvuldigt dit product met 2. Dit dubbelproduct is positief als de 2 termen hetzelfde teken hebben.	$2 \cdot x \cdot (-4) = -8x$
Hoe bereken je de <b>derde term</b> ? Wat is het teken? Verklaar.	Je neemt het kwadraat van de 2e term. Altijd + omdat een kwadraat altijd positief is.	$(-4)^2 = 16$
Is de <b>volgorde</b> van de termen belangrijk?	Neen, want het optellen is commutatief in $\mathbb{Q}$ .	$x^2 - 8x + 16 = x^2 + 16 - 8x$

$2 \cdot a \cdot b$   
 product  
 dubbelproduct

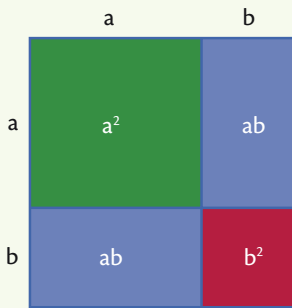
Je berekent hier telkens een product dat men 'merkwaardig' noemt. Deze merkwaardige producten komen regelmatig voor in de wiskunde. Ze worden merkwaardig (vreemd) genoemd wegens hun symmetrie in zowel de opgave als de uitkomst. Het is belangrijk deze merkwaardige formules uit het hoofd te leren. Zo kun je veel sneller en handiger rekenen.

**Rekenregel – het kwadraat van een tweeterm berekenen**

Het **kwadraat van een tweeterm** is gelijk aan **de som van drie termen**:

- het **kwadraat** van de **eerste term** teken: altijd +
- het **dubbelproduct** van **beide termen** teken: + als beide termen hetzelfde teken hebben  
- als beide termen een verschillend teken hebben
- het **kwadraat** van de **tweede term** teken: altijd +

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



$$(x - 3)^2 = (x)^2 + 2 \cdot x \cdot (-3) + (-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$(-5 + a)^2 = (-5)^2 + 2 \cdot (-5) \cdot a + (a)^2 = 25 - 10a + a^2$$

$$\left(-\frac{1}{2} - p\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-p) + (-p)^2 = \frac{1}{4} + p + p^2$$

**Oefeningen**

- 1 • Reken de merkwaardige producten uit.  
• Noteer de formule die je gebruikt:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

a  $(2 + x)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + x^2 = 4 + 4x + x^2$

c  $(x - 1)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot (-1) + (-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

e  $(-5 - y)^2 = (-5)^2 + 2 \cdot (-5) \cdot (-y) + (-y)^2 = 25 + 10y + y^2$

b  $(-c + 4)^2 = (-c)^2 + 2 \cdot (-c) \cdot 4 + 4^2 = c^2 - 8c + 16$

d  $(6 + q)^2 = 6^2 + 2 \cdot 6 \cdot q + q^2 = 36 + 12q + q^2$

f  $(p - 2)^2 = p^2 + 2 \cdot p \cdot (-2) + (-2)^2 = p^2 - 4p + 4$

- 2 Vul de ontbrekende termen in.

a  $(\dots 5 \dots + x)^2 = 25 + \dots 10x \dots + x^2$

d  $(-4x - \dots 3y \dots)^2 = 16x^2 + \dots 24xy \dots + 9y^2$

b  $(a - \dots 4 \dots)^2 = a^2 - \dots 8a \dots + 16$

e  $(\dots a \dots + 0,2)^2 = \dots a^2 \dots + 0,4a + \dots 0,04 \dots$

c  $(\dots -2x \dots + 6)^2 = 4x^2 - \dots 24x \dots + \dots 36 \dots$

f  $(-p + \dots 3q \dots)^2 = \dots p^2 \dots - 6pq + \dots 9q^2 \dots$

- 3 Wat past niet in het rijtje? Verklaar.

$(b - a) \cdot (b - a)$      $(a - b) \cdot (a + b)$      $a^2 - 2ab + b^2$      $(-a + b) \cdot (-a + b)$

$(a - b) \cdot (a + b)$

*Dit is niet het product van twee gelijke tweetermen. Als je dit merkwaardig product uitwerkt bekom je  $a^2 - b^2$ . De andere drie producten zijn gelijk aan  $a^2 - 2ab + b^2$*

**Wat moet je kunnen?**

- het kwadraat van een tweeterm berekenen m.b.v. de formule

WEER? 489 - 492

WEER? 493 - 499

WEER? 500 501

WEER? 502 - 505

## Op verkenning

De opperhengst van 'Animal Farm' reageert furieus en zegt: 'Uitbreiden ok, maar als één zijde met  $b$  uitbreidt, dan moet de andere zijde met  $b$  inkrimpen!'



## a Toegevoegde tweetermen

- Wat is de oppervlakte van het nieuwe stuk grond van de varkens?

$$S = (a + b) \cdot (a - b)$$

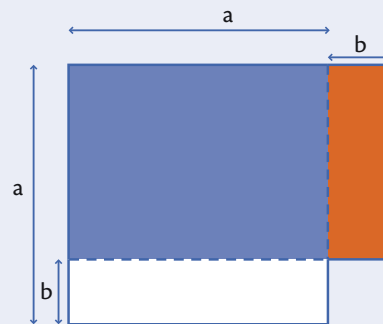
- De factoren bestaan uit **tweetermen**
- Zijn deze tweetermen gelijk aan elkaar?

**Neen**

- Wat is verschillend?

**Het teken voor  $b$**

- Vergelijk deze tweetermen. Wat zie je of wat stel je vast?  
 $2 + y$  en  $2 - y$                        $4p + 6$  en  $-4p + 6$   
 $a - 5b$  en  $a + 5b$                        $2k - 7t$  en  $2k + 7t$



*Het zijn voorbeelden van tweetermen die alleen verschillen door het teken van één term.*

## Wiskundetaal - Begrippen

**Toegevoegde tweetermen** zijn twee tweetermen die alleen verschillen door het teken van één term.

$a + b$  en  $a - b$

$6 - y$  en  $6 + y$   
 $3a + 5$  en  $-3a + 5$   
 $-1 + m$  en  $-1 - m$

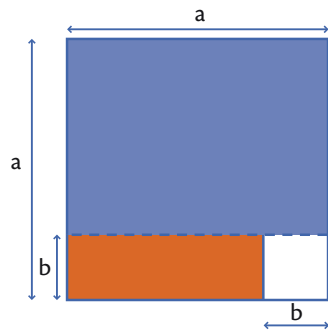
## CONTROLE 23 Zijn deze tweetermen toegevoegde tweetermen?

Indien ja, onderstreep de termen die hetzelfde teken hebben.

- |   |                             |    |                             |                      |   |                               |    |                               |                      |
|---|-----------------------------|----|-----------------------------|----------------------|---|-------------------------------|----|-------------------------------|----------------------|
| 1 | <u><math>-5 - a</math></u>  | en | <u><math>5 - a</math></u>   | JA / <del>NEEN</del> | 4 | <u><math>-4 - 3x^2</math></u> | en | <u><math>-4 + 3x^2</math></u> | JA / <del>NEEN</del> |
| 2 | <u><math>-2x + 5</math></u> | en | <u><math>-2x + 5</math></u> | <del>JA</del> / NEEN | 5 | <u><math>-a + 3</math></u>    | en | <u><math>3 - a</math></u>     | <del>JA</del> / NEEN |
| 3 | <u><math>y - 7</math></u>   | en | <u><math>7 + y</math></u>   | JA / <del>NEEN</del> | 6 | <u><math>-p - q</math></u>    | en | <u><math>p - q</math></u>     | JA / <del>NEEN</del> |

## b Product van toegevoegde tweetermen

PRODUCT VAN EEN TOEGEVOEGDE TWEETERM (MEETKUNDIGE VOORSTELLING)	PRODUCT VAN EEN TOEGEVOEGDE TWEETERM (BEREKENEN)
	<p>Onderstreep telkens de termen die hetzelfde teken hebben. Reken uit.</p> $(x - 2)(x + 2) = \underline{x \cdot x} + \underline{2 \cdot x} + \underline{x \cdot (-2)} + \underline{(-2) \cdot 2}$ $= \underline{x^2} + \underline{2x} - \underline{2x} - \underline{4}$ $= \underline{x^2 - 4}$ $(3 + a)(3 - a) = \underline{3 \cdot 3} + \underline{3 \cdot (-a)} + \underline{a \cdot 3} + \underline{a \cdot (-a)}$ $= \underline{9} - \underline{3a} + \underline{3a} - \underline{a^2}$ $= \underline{9 - a^2}$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wat is de oppervlakte van het gekleurde deel?</li> </ul> <p><math>S =</math> .....</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Knip het oranje gedeelte af en verplaats het onder de stippellijn.</li> </ul>	



- De oppervlakte van het gekleurde deel is gelijk aan [de oppervlakte van het vierkant met zijde a] – [de oppervlakte van het witte vierkant].

$$S = a^2 - b^2$$

- Noteer de resultaten als een gelijkheid.

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned} (-p + 6)(-p - 6) &= (-p) \cdot (-p) + (-p) \cdot (-6) + 6 \cdot (-p) + 6 \cdot (-6) \\ &= p^2 + 6p - 6p - 36 \\ &= p^2 - 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-5 - s)(5 - s) &= -5 \cdot 5 + (-5) \cdot (-s) + (-s) \cdot 5 + (-s) \cdot (-s) \\ &= -25 + 5s - 5s + s^2 \\ &= -25 + s^2 \end{aligned}$$

- Hoeveel termen zijn er telkens in het eindresultaat? Twee
- Je kunt deze termen ook onmiddellijk berekenen.

VRAAG	ANTWOORD	VOORBEELD
Onderstreep in de opgave de termen met hetzelfde teken.		<u>(3+a)</u> <u>(3-a)</u>
Hoe bereken je de <b>eerste term</b> ? Wat is het teken? Verklaar.	<i>Je berekent het product van de termen met hetzelfde teken uit de opgave.</i> <i>+, want de termen hebben hetzelfde teken</i>	$3 \cdot 3 = 3^2 = 9$
Hoe bereken je de <b>tweede term</b> ? Wat is het teken? Verklaar.	<i>Je neemt het product van de termen met het verschillend teken uit de opgave.</i> <i>-, want de termen hebben een verschillend teken.</i>	$a \cdot (-a) = -a^2$

#### Rekenregel – het product van twee toegevoegde tweetermen berekenen

Het <b>product van twee toegevoegde tweetermen</b> is gelijk aan het verschil van twee kwadraten.	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$ $(-5 + b)(-5 - b) = 25 - b^2$ $(-2 + a)(2 + a) = a^2 - 4$ $(p - 4)(-p - 4) = 16 - p^2$
---	------------------------------	--

## Oefeningen

WEER? 506

- 4 • Zijn de gegeven tweetermen toegevoegde tweetermen?  
• Verklaar je antwoord als het geen toegevoegde tweetermen zijn.

a  $12 - x^2$  en  $-x^2 - 12$  *Ja.*

b  $a - \frac{1}{4}$  en  $a + \frac{1}{5}$  *Neen, de tweetermen verschillen niet alleen door het teken van één term.*

c  $-8 + 2b$  en  $-8 - 2b$  *Ja.*

d  $-4y + 2x$  en  $4y - 2x$  *Neen, beide termen hebben een verschillend teken.*

e  $-a^2 - 8a$  en  $-8a + a^2$  *Ja.*

f  $2p - 4$  en  $-2p - 4$  *Ja.*

WEER? 507

- 5 Vul aan tot een toegevoegde tweeterm.

a  $3 - x$  en  $x$  *+ 3*

d  $4x - 6$  en  $6$  *+ 4x*

b  $5 + a$  en  $5$  *- a*

e  $-2a - 8$  en  $8$  *- 2a*

c  $-y - 7$  en  $-y$  *+ 7*

f  $\frac{1}{3} + 4b$  en  $4b$   *$-\frac{1}{3}$*

WEER? 509 - 511

- 6 • Reken de merkwaardige producten uit.  
• Noteer de formule die je gebruikt:  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

a  $(5 - x)(5 + x) = 25 - x^2$

d  $(y - 6)(-6 - y) = 36 - y^2$

b  $(-p + 7)(p + 7) = 49 - p^2$

e  $(-8 - r)(-r + 8) = r^2 - 64$

c  $(4 - b)(b + 4) = 16 - b^2$

f  $(-4 + q)(4 + q) = q^2 - 16$

WEER? 515

- 7 Vul de ontbrekende termen in.

a  $(\dots X \dots + (\dots - 8 \dots))(-x - 8) = 64 - x^2$

c  $(2a + (\dots 4 \dots))(-2a + (\dots - 4 \dots)) = 16 - 4a^2$

b  $(\dots 7 \dots - b)(\dots - 7 \dots + b) = 49 - b^2$

d  $(r + 3q)(\dots - r \dots + 3q \dots) = 9q^2 - r^2$

8 Wat past niet in het rijtje? Verklaar.

$(-1 + n) \cdot (-1 - n)$        $(1 - n) \cdot (1 + n)$        $1 - n^2$        $(-1 - n) \cdot (-1 - n)$   
 $(-1 - n) \cdot (-1 - n)$

Dit is het merkwaardig product  $(-1 - n)^2$ . De andere drie zijn gelijk aan  $1 - n^2$ .

- 9 • Reken de merkwaardige producten uit.  
 • Noteer eerst het merkwaardig product dat je toepast: formule (1) of formule (2).

a  $(-3 + 4a)^2$  ..... 1  
 $= (-3)^2 + 2 \cdot (-3) \cdot 4a + (4a)^2$   
 $= 9 - 24a + 16a^2$   
 $=$  .....

b  $(5x - 2y) \cdot (-5x - 2y)$  ..... 2  
 $= (-2y)^2 - (5x)^2$   
 $= (-2)^2 y^2 - 5^2 x^2$   
 $= 4y^2 - 25x^2$

c  $\left(\frac{1}{2} - 3x\right)^2$  ..... 1  
 $= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-3x) + (-3x)^2$   
 $=$  .....

d  $(-0,5a + b) \cdot (b + 0,5a)$  ..... 2  
 $= b^2 - (0,5a)^2$   
 $= b^2 - 0,25 a^2$   
 $= b^2 - 0,25 a^2$

e  $(x^2 - 6x)^2$  ..... 1  
 $= (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot (-6x) + (-6x)^2$   
 $= x^4 + 2 \cdot (-6) x^2 \cdot x + (-6)^2 x^2$   
 $= x^4 - 12x^3 + 36x^2$

f  $(-7p + t) \cdot (-7p + t)$  ..... 1  
 $= (-7p + t)^2$   
 $= (-7p)^2 + 2 \cdot (-7p) \cdot t + t^2$   
 $= 49p^2 - 14pt + t^2$

In dit hoofdstuk maakte je kennis met twee merkwaardige producten waardoor je sneller kunt rekenen.  
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  (1)  
 $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$  (2)



Wat moet je kunnen?

- toegevoegde tweetermen herkennen
- het product van toegevoegde tweetermen berekenen m.b.v. de formule

## Op verkenning

### a Ontbinden in factoren

- Schrijf de producten als een veelterm.

PRODUCT (FACTOREN)	VEELTERM (SOM VAN TERMEN)
$a \cdot (b + c) =$	$ab + ac$
$(a + b)(a - b) =$	$a^2 - b^2$
$(x + 3)(x + 6) =$	$x^2 + 6x + 3x + 18 = x^2 + 9x + 18$
$(a + b)(a + b) =$	$a^2 + 2ab + b^2$
Wat staat er telkens in de linkerkolom? <i>Een product van twee factoren.</i>	Wat staat er telkens in de rechterkolom? <i>Een som van twee of meer termen.</i>



### Wiskundetaal – ontbinden in factoren

Een veelterm **ontbinden in factoren** betekent dat je de veelterm schrijft als een product van factoren.

$$\underbrace{ab + ac}_{\text{veelterm}} = \underbrace{a(b + c)}_{\text{product}}$$

$$5a + 5c = 5(a + c)$$

### b Afzonderen van gemeenschappelijke factoren

- Vul aan.

BEREKEN DE OPPERVLAKTE	METHODE 1 (DE SOM VAN DE OPPERVAKTEN VAN DE TWEE DEELFIGUREN BEREKENEN)	METHODE 2 (DE TOTALE LENGTE MET DE TOTALE BREEDTE VERMENIGVULDIGEN)
	$ab + ac$	$a(b + c)$
	$2ab + 2ac$	$2a(b + c)$
	$a^2 + ab$	$a(a + b)$
	$2a \cdot b + 2a \cdot 3c$ $= 2ab + 6ac$	$2a(b + 3c)$



- Noteer de resultaten als een gelijkheid.  
 $ab + ac = a(b + c)$     $2ab + 2ac = 2a(b + c)$     $a^2 + ab = a(a + b)$     $2ab + 6ac = 2a(b + 3c)$ 
  - Wat staat er telkens links van het gelijkheidsteken?  
*Een som van twee termen.*
  - Wat staat er telkens rechts van het gelijkheidsteken?  
*Een product van twee factoren.*
- Welke eigenschap pas je toe om van een product naar een veelterm te gaan?  
*De distributieve eigenschap*
  - Welke bewerking heb je hiervoor uitgevoerd?  
*De term buiten de haakjes werd vermenigvuldigd met elke term binnen de haakjes.*
- Hoe kun je de gemeenschappelijke factoren weer afzonderen?  
*Door elke term te delen door de gem. factoren en deze voor de haakjes te plaatsen.*
  - Door welk getal kun je elke term delen in deze veelterm:  $27x + 18y - 36z$ ?  
*Door 9.*
  - Hoe noem je dat getal?  
*De grootste gemeenschappelijke deler, ggd (27, 18, 36)*
  - Door welke letterfactoren kun je elke term delen in deze veelterm:  $3x^2 + 4x^3 - x^4$ ?  
*Door  $x^2$ .*

**Rekenregel – een veelterm ontbinden in factoren door gemeenschappelijke factoren af te zonderen**

Een **veelterm ontbinden in factoren**

- Schrijf de factoren die in elke term voorkomen voor de haakjes.
- Schrijf binnen de haakjes het quotiënt van de gegeven veelterm met de gemeenschappelijke factoren.

Gemeenschappelijke factoren zijn:

- de ggd van de getallen;
- gemeenschappelijke letterfactoren, elk met hun kleinste exponent.

$$\underline{a}b + \underline{a}c = \underline{a}(b + c)$$

$$\underline{3}x - \underline{3}y = \underline{3}(x - y)$$

$$\underline{a}x - \underline{a}y + \underline{a}z = \underline{a}(x - y + z)$$

$$4a + 8b - 12c = 4(a + 2b - 3c)$$

$$9ab + 6a = 3a(3b + 2)$$

$$12x^2y - 2x^4y^2 + 6x^3y^3 = 2x^2y(6 - x^2y + 3xy^2)$$

## Oefeningen

- 10** • Ontbind in factoren door de gemeenschappelijke factor af te zonderen.  
 • Onderstreep indien nodig de gemeenschappelijke factor.

**a**  $4x + 4y = \underline{4(x + y)}$       **d**  $21a + 7ab = \underline{7a(3 + b)}$   
**b**  $-3p + 3q = \underline{3(-p + q)}$  of  $\underline{-3(p - q)}$       **e**  $10x - 20x^2 = \underline{10x(1 - 2x)}$   
**c**  $-15r - 30s = \underline{-15(r + 2s)}$  of  $\underline{15(-r - 2)}$       **f**  $15xy + 9x - 30y = \underline{3(5xy + 3x - 10y)}$

- 11** • Ontbind in factoren door de gemeenschappelijke factor af te zonderen.  
 • Onderstreep indien nodig de gemeenschappelijke factor.

**a**  $25a^4 + 5a^8 = \underline{5a^4(5 + a^4)}$       **d**  $-3x^3 + 9x - 12x^2 = \underline{-3x(x^2 - 3 + 4x)}$   
**b**  $4x - 12xy + 4xz = \underline{4x(1 - 3y + z)}$       **e**  $-14ab^2 - 21a^2b = \underline{-7ab(2b + 3a)}$   
**c**  $8a^3 - 16a^2 = \underline{8a^2(a - 2)}$       **f**  $ax^3 - bcx^2 = \underline{x^2(ax - bc)}$

**Wat moet je kunnen?**

- een veelterm ontbinden door gemeenschappelijke factoren af te zonderen

**WEER?**  
529  
530

**WEER?**  
531

**MEER?**  
532 - 536

## Op verkenning

- Schrijf het product als een veelterm.  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

PRODUCT  $\rightarrow$  VEELTERM

Wat staat er in het linkerlid? <i>Het product van twee toegevoegde twee- termen, hier staan factoren.</i>	Wat staat er in het rechterlid? <i>Een verschil van twee kwadraten, hier staan termen.</i>
--	---

PRODUCT  $\leftarrow$  VEELTERM



- Hoe kun je een tweeterm ontbinden als een product van toegevoegde tweetermen?
  - Controleer of de tweeterm een verschil is van twee kwadraten.

$$x^2 - 16 \qquad -p^2 + s^2 = s^2 - p^2$$

- Wat zijn de vierkantswortels uit de kwadraten?

- De vierkantswortel uit een getal ken je al.  $\sqrt{16} = 4$  omdat  $4^2 = 16$

- Hoe kun je de vierkantswortel uit een letterfactor berekenen?

- Bereken het kwadraat van  $a^3$ .  $(a^3)^2 = a^6$

- Wat heb je met de exponent 3 gedaan? *Vermenigvuldigd met 2*

- Wat moet je doen om de vierkantswortel uit  $a^6$  te berekenen? *De exponent delen door 2.*

- Wat is de voorwaarde voor de exponent om de vierkantswortel te kunnen berekenen? *De exponent moet even zijn.*

- Bereken de vierkantswortels uit de onderstreepte termen. Noteer eerst de tweeterm als een verschil van twee kwadraten.

$$\begin{array}{c} \underline{x^4 - 16} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ x^2 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underline{49 - a^{10}} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 7 \quad a^5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} -p^2 + s^6 = s^6 - p^2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ s^3 \quad p \end{array}$$

- Noteer het verschil van de twee kwadraten als het product van twee toegevoegde tweetermen:

- Noteer de vierkantswortels uit de onderstreepte termen als een som.

- Noteer de vierkantswortels uit de onderstreepte termen als een verschil.

- Vermenigvuldig de tweetermen.

$$= (x^2 + 4)(x^2 - 4) \qquad = (7 + a^5)(7 - a^5) \qquad = (s^3 + p)(s^3 - p)$$

**Rekenregel – een verschil van twee kwadraten ontbinden in factoren**

Het **verschil** van **twee kwadraten** kun je ontbinden als een **product van toegevoegde tweetermen**.

$$a^2 - b^2 = \underbrace{(a + b)}_{2 \text{ termen}} \underbrace{(a - b)}_{2 \text{ factoren}}$$

$$9y^2 - x^2 = (3y)^2 - x^2 = (3y + x)(3y - x)$$

## Oefeningen

WEER? 537 538

- 12 • Zijn volgende opgaven een verschil van twee kwadraten?  
 • Indien ja, ontbind als een product van toegevoegde tweetermen.  
 • Indien neen, verklaar.  
 • Noteer de formule die je gebruikt:  $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$

a  $x^2 - 49 =$  *Ja  $(x + 7)(x - 7)$*       b  $q^2 - 81 =$  *Ja  $(q + 9) \cdot (q - 9)$*

- c  $1 - b^2 =$  *Ja*  $(1 + b) \cdot (1 - b)$  g  $-100a^6b^4 + 25c^4$  *Ja*  $(5c^2 + 10a^3b^2)(5c^2 - 10a^3b^2)$   
 d  $-16x^4y^2 - 81a^6$  *Nee, er is geen positieve term.* h  $25x^7 - 4a^6 =$  *Nee,  $25x^7$  is geen kwadraat.*  
 e  $16a^2 - 9 =$  *Ja*  $(4a + 3)(4a - 3)$  i  $64a^2 - 1 =$  *Ja*  $(8a + 1)(8a - 1)$   
 f  $9a^2 + b^2 =$  *Nee, het is een som van twee kwadraten, geen verschil.*

13 • Ontbind indien mogelijk in factoren.

- Noteer de formule die je gebruikt:  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$   
 a  $3^2 - x^2 =$   $(3 - x)(3 + x)$  d  $4a^2 - 1 =$   $(2a - 1)(2a + 1)$   
 b  $a^2 - 16 =$   $(a - 4)(a + 4)$  e  $-64 - 49a^2 =$  *Niet mogelijk*  
 c  $-b^2 + 100 =$   $100 - b^2 = (10 - b)(10 + b)$  f  $-25b^4 + 0,81 =$   $0,81 - 25b^4 =$   
 $(0,9 - 5b^2)(0,9 + 5b^2)$

MEER?  
539

14 Ontbind indien mogelijk in factoren.

- a  $9a^2 - b^2$   
 $= (3a)^2 - b^2$   
 $= (3a + b)(3a - b)$   
 b  $-16y^2 + 81a^6$   
 $= 81a^6 - 16y^2$   
 $= (9a^3)^2 - (4y)^2$   
 $= (9a^3 + 4y)(9a^3 - 4y)$   
 c  $25x^8 - 4a^6$   
 $= (5x^4)^2 - (2a^3)^2$   
 $= (5x^4 + 2a^3)(5x^4 - 2a^3)$   
 d  $-100a^6 + 49b^4$   
 $= 49b^4 - 100a^6$   
 $= (7b^2)^2 - (10a^3)^2$   
 $= (7b^2 + 10a^3)(7b^2 - 10a^3)$   
 e  $121x^2 - 36y^{12}$   
 $= (11x)^2 - (6y^6)^2$   
 $= (11x + 6y^6)(11x - 6y^6)$   
 f  $4a^4b^6 - \frac{1}{16}$   
 $= (2a^2b^3)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2$   
 $= \left(2a^2b^3 + \frac{1}{4}\right)\left(2a^2b^3 - \frac{1}{4}\right)$

MEER?  
540

15 Ontbind in factoren.

- Zonder de gemeenschappelijke factoren af, indien mogelijk.  
 • Ontbind de veelterm tussen haakjes in factoren.

- a  $3x^2 - 12y^2$   
 $= 3(x^2 - 4y^2)$   
 $= 3(x + 2y)(x - 2y)$   
 b  $2a^3 - 8a$   
 $= 2a(a^2 - 4)$   
 $= 2a(a + 2)(a - 2)$   
 c  $-\frac{25}{7}a^4 + \frac{9}{7}b^2$   
 $= \frac{1}{7}(-25a^4 + 9b^2)$   
 $= \frac{1}{7}(9b^2 - 25a^4)$   
 $= \frac{1}{7}(3b + 5a^2)(3b - 5a^2)$   
 d  $0,25x^6 - 1$   
 $= (0,5x^3)^2 - 1^2$   
 $= (0,5x^3 + 1)(0,5x^3 - 1)$   
 e  $5a^6b - 45a^2b^3$   
 $= 5a^2b(a^4 - 9b^2)$   
 $= 5a^2b(a^2 + 3b)(a^2 - 3b)$   
 f  $2p^4q - 32q^{13}$   
 $= 2q(p^4 - 16q^{12})$   
 $= 2q(p^2 + 4q^6)(p^2 - 4q^6)$   
 $= 2q \cdot (p^2 + 4q^6) \cdot (p + 2q^3)(p - 2q^3)$

WEER?  
541

MEER?  
542  
543

**Wat moet je kunnen?**

- een verschil van twee kwadraten ontbinden als een product van toegevoegde tweetermen

## Op verkenning

- Schrijf het product als een veelterm.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

PRODUCT  $\rightarrow$  VEELTERM

Wat staat er in het linkerlid?

*Het product van twee gelijke factoren.*

Wat staat er in het rechterlid?

*Een drieterm*

PRODUCT  $\leftarrow$  VEELTERM

- Hoe kun je een drieterm ontbinden als een kwadraat van een tweeterm?
  - Controleer of twee termen van de veelterm kwadraten zijn. Onderstreep die kwadraten.

$$\underline{x^2} + 8x + \underline{16}$$

$$\underline{y^2} - 10y + \underline{25}$$

$$\underline{a^2} - 16a + \underline{2}$$

- Wat zijn de vierkantswortels van deze kwadraten?

$$\begin{array}{c} \underline{x^2} + 8x + \underline{16} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \underline{x} \quad \underline{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underline{y^2} - 10y + \underline{25} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \underline{y} \quad \underline{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \underline{p^2} + 5p + \underline{25} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \underline{p} \quad \underline{5} \end{array}$$

- Wat is het teken van de overgebleven term?

- Het dubbel product is positief als de termen van de tweeterm *hetzelfde teken hebben.*

- Het dubbel product is negatief als de termen van de tweeterm *een verschillend teken hebben.*

- Controleer of de overgebleven term gelijk is aan het dubbel product van de vierkantswortels.

$$\underline{8x} = 2 \cdot 4 \cdot x$$

$$\underline{10y} = 2 \cdot 5 \cdot y$$

$$\underline{5p} \neq 2 \cdot 5 \cdot p$$

- Noteer elke drieterm als het kwadraat van een tweeterm.

$$\begin{array}{l} x^2 + 8x + 16 \\ = (x + 4)^2 \text{ of } (-x - 4)^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y^2 - 10y + 25 \\ = (y - 5)^2 \text{ of } (5 - y)^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p^2 + 5p + 25 \\ = \text{niet mogelijk} \end{array}$$

### Rekenregel – een drieterm ontbinden als een kwadraat van een tweeterm

Een drieterm van de vorm  $a^2 + 2ab + b^2$  kun je ontbinden als een kwadraat van een tweeterm.

$$\underbrace{a^2 + 2ab + b^2}_{3 \text{ termen}} = \underbrace{(a + b)^2}_{2 \text{ factoren}}$$

$$\begin{array}{c} 16 + 24a + 9a^2 = (4 + 3a)^2 \\ \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \\ 4 \quad \quad 3a \end{array}$$

**Controle:**  $2 \cdot 4 \cdot 3a$

$$\begin{array}{c} 25x^2 - 30x + 9 = (5x - 3)^2 \\ \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \\ 5x \quad \quad 3 \end{array}$$

**Controle:**  $2 \cdot 5x \cdot (-3)$

### Samenvatting – een veelterm ontbinden in factoren

Zonder de gemeenschappelijke factoren af door de distributieve eigenschap toe te passen.

De opgave is ...

- een tweeterm **en van de vorm  $a^2 - b^2$** 
  - Zet de positieve term vooraan.
  - Neem de positieve vierkantswortel van de eerste en de tweede term en noteer als:  $(a + b)(a - b)$ .
- een drieterm **en van de vorm  $a^2 + 2ab + b^2$** 
  - Rangschik de veelterm.
  - Neem de positieve vierkantswortel van de eerste en de laatste term en noteer als:  $(a + b)^2$ .
  - Controleer het dubbelproduct.



## Oefeningen

16 Ontbind in factoren, indien mogelijk.

- a  $9a^2 - 24a + 16 = (3a - 4)^2 \text{ of } (4 - 3a)^2$  ..... c  $4a^4 - 12a^2b^3 + 9b^6 = (2a^2 - 3b^3)^2 \text{ of } (3b^3 - 2a^2)^2$  .....  
 b  $x^2 + 25 + 10x = (x + 5)^2 \text{ of } (-x - 5)^2$  ..... d  $\frac{1}{16} + \frac{1}{2}y^3 + y^9 = \text{niet ontbindbaar}$  .....

WEER?  
544

MEER?  
545 - 550

17 • Controleer of je de veelterm als een kwadraat van een tweeterm (product) kunt schrijven.  
 • Indien niet, verklaar waarom.

WEER?  
551

VEELTERM	PRODUCT	CONTROLE	JUIST/FOUT	VERKLARING
$x^2 + 8x + 64$	$(x + 8)^2$	$x^2 + 16x + 64$	fout	$8x \neq 16x$
$a^2 + 6b + 9$	$(a + 3)^2$	$a^2 + 6a + 9$	fout	$6a \neq 6b$
$1 + 2y + y^2$	$(1 + y)^2$	$1 + 2y + y^2$	juist	
$4x^2 - 20x + 25$	$(2x - 5)^2$	$4x^2 - 20x + 25$	juist	
$16 + 48y - 36y^2$	$(4 - 6y)^2$	$16 - 48y + 36y^2$	fout	$-36y^2$ is een negatief getal en dus geen kwadraat

18 • Ontbind in factoren, indien mogelijk.  
 • Noteer de formule die je gebruikt:  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$  .....

WEER?  
552 - 553

MEER?  
554 - 563

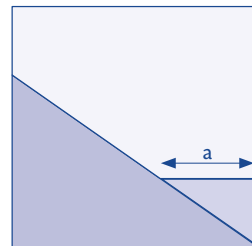
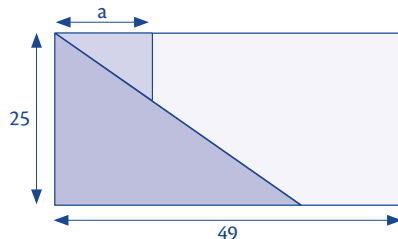
- a  $a^2 + 6ab + 9b^2 = (a + 3b)^2 \text{ of } (-a - 3b)^2$  .....  
 b  $9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2 \text{ of } (1 - 3x)^2$  .....  
 c  $4p^2 + 36q^2 - 24pq = 4(p^2 + 9q^2 - 6pq) = 4(p - 3q)^2$  .....  
 d  $p^5 - 25 = \text{Niet ontbindbaar}$  .....  
 e  $-100s^4 + 400t^2 = 400t^2 - 100s^4 = 100(4t^2 - s^4) = 100(2t + s^2)(2t - s^2)$  .....  
 f  $4a^2b^2 - ab + \frac{1}{16} = (2ab - \frac{1}{4})^2 \text{ of } (\frac{1}{4} - 2ab)^2$  .....  
 g  $75x^2 - 3y^2 = 3(25x^2 - y^2) = 3(5x + y)(5x - y)$  .....  
 h  $0,01 + 0,6b^2 + 9b^4 = (0,1 + 3b^2)^2 \text{ of } (-0,1 - 3b^2)^2$  .....  
 i  $49x^4 - 4^6 = (7x^2 + 4^3)(7x^2 - 4^3) = (7x^2 + 64)(7x^2 - 64)$  .....  
 j  $-64 + a^{10} = a^{10} - 64 = (a^5 + 8)(a^5 - 8)$  .....

### Wat moet je kunnen?

- een drieterm ontbinden als een kwadraat van een tweeterm



- 19** Een rechthoek van  $25 \times 49$  is in drie stukken gesneden. Van de drie stukken kun je een vierkant maken. Hoe lang is  $a$ ?



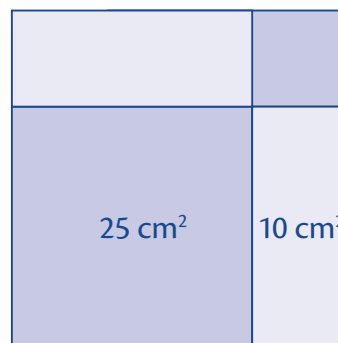
*Oppervlakte rechthoek =  $25 \cdot 49 = 5^2 \cdot 7^2$  ..... Oppervlakte vierkant is gelijk aan oppervlakte rechthoek.*

*Oppervlakte vierkant =  $(49 - a) \cdot (49 - a) = (49 - a)^2$  .....  $(5 \cdot 7)^2 = (49 - a)^2 \rightarrow 5 \cdot 7 = 49 - a \rightarrow 35 = 49 - a \rightarrow a = 14$  .....*



- 20** Een vierkant is verdeeld in vier stukken: twee vierkanten en twee rechthoeken. Van twee stukken staat in de figuur hoe groot de oppervlakte is:  $25 \text{ cm}^2$  en  $10 \text{ cm}^2$ . Hoe lang is de zijde van het hele vierkant?

*De zijde van het vierkant is 5 cm. De rechthoek heeft dus een lengte van 5 cm. De breedte moet dan 2 cm zijn. De zijde van het hele vierkant is dan  $5 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$*



- 21** Wie is met wie getrouwd?

- De drie mannen: Jorge, Peter en Amed
- De drie vrouwen: Lorna, Tori en Nele
- De drie koppels trouwden elk in een verschillende maand, nl. mei, juni en augustus. Eén koppel is 11 jaar gehuwd, een ander koppel is 12 jaar gehuwd en het derde koppel is 13 jaar gehuwd.
- Jorge en zijn vrouw zijn niet in augustus getrouwd. Ze zijn nog niet zo lang getrouwd als Tori en haar echtgenoot.
- Nele en haar echtgenoot zijn in juni getrouwd en zij zijn langer getrouwd dan Amed en zijn vrouw.

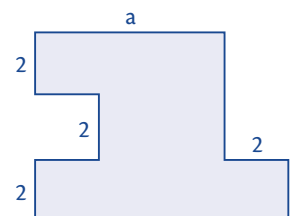
	Jorge	Peter	Amed	mei	juni	augustus	11	12	13
Lorna	+	-	-	+	-	-	+	-	-
Tori	-	-	+	-	-	+	-	+	-
Nele	-	+	-	-	+	-	-	-	+
11	+	-	-	+	-	-			
12	-	-	+	-	-	+			
13	-	+	-	-	+	-			
mei	+	-	-						
juni	-	+	-						
augustus	-	-	+						



- 22** Hiernaast zie je de plattegrond van een kamer. Alle hoeken zijn recht. Enkele afmetingen zijn gegeven. Wat is de oppervlakte van deze kamer?

A  $4a + 2(a - 2)$     B  $6(2 + a) - 4$     C  $12a$     D  $6(a - 2) + 4$     **E  $6a$**

*Het vierkant rechtsonder past links in het midden van de figuur. De oppervlakte is dan  $a \cdot (2 + 2 + 2) = a \cdot 6 = 6a$*



## A

afzonderen van gemeenschappelijke factoren	110
---	-----

## B

basisbreuk	8
bewijs van de hoofdeigenschap van evenredigheden	46
bewijsvoering	3
bewijzen	46
breuk	8
breuken aftrekken	8
breuken delen	8
breuken optellen	8
breuken vermenigvuldigen	8

## C

cijfergedeelte	85
coëfficiënt	85
commutatief	47

## D

decimaal getal	16
decimale schrijfwijze	17
distributief	31
drieterm ontbinden als kwadraat van een tweeterm	85
dubbele pijl	23, 46, 48

## E

eenterm	84, 85
eenterm tot een macht verheffen	117
eentermen aftrekken	88
eentermen delen	91
eentermen optellen	88
eentermen vermenigvuldigen	90
eigenschap	10, 21, 22, 44
eigenschappen in symbolen noteren	23
eigenschappen van gelijkheden	22
evenredigheid	42
evenredigheidsfactor	51
exponent	12, 70

## F

formule	84
formules omvormen	38

## G

gegeven	47
gelijkheid	22
gelijknamige breuken	8
gelijksoortige eentermen	85, 96
gelijkvormige figuren	62
gelijkvormige veelhoeken	62
gelijkvormigheid	62
gelijkvormigheidsfactor	67
getalwaarde bepalen	85
ggd	111
grondtal	12, 70
grootheid	51

## H

haakjes	10, 31, 96
haakjes wegwerken	10, 31, 96
handig rekenen met eigenschappen	10
hoe meer, hoe meer	51
hoe minder, hoe meer	52
hoofdeigenschap van evenredigheden	45, 46
hyperbool	52

## K

kgv	34
kruisproduct	45
kwadraat	13, 67
kwadraat van een tweeterm	104

## L

lettergedeelte	85
linkerlid	22

## M

macht	12, 71
macht van een eenterm	94
machten delen	72
machten met een gehele exponent	12
machten tot een macht verheffen	74
machten vermenigvuldigen	71
merkwaardig product	104, 106, 108
middelpuntshoek	57
middelste termen	42

## N

niet evenredig	53
noemer	34

**O**

omgekeerd evenredig	52
omgekeerde	12
onbekende	26
ontbinden in factoren	110, 112, 114
overeenkomstige hoeken	63
overeenkomstige maatgetallen	50
overeenkomstige zijden	63

**P**

praktische schikking	96
product tot een macht verheffen	76
product van toegevoegde tweetermen	106

**Q**

quotient tot een macht verheffen	77
----------------------------------	----

**R**

recht evenredig	51
rechterlid	22
rekenen met breuken	8
rekenregels van machten in symbolen noteren	80

**S**

schaal	62
schijfdiagram	57
strookdiagram	56

**T**

te bewijzen	47
tegengestelde	10, 26
tegenvoorbeeld	23
teller	42
toegevoegde tweetermen	106
tweeterm ontbinden	112

**U**

uiterste termen	42
-----------------	----

**V**

veelterm	85
veelterm herleiden	96
veeltermen aftrekken	96
veeltermen delen door een eenterm	99
veeltermen optellen	96
veeltermen rangschikken	96
veeltermen vermenigvuldigen	98
vergelijking	22
vergelijking van de vorm $ax + b = c$	27
vergelijking van de vorm $ax + b = cx + d$	30
vergelijking van de vorm $ax = b$	26
vergelijking van de vorm $x + a = b$	26
vergelijkingen met breuken	34
vergelijkingen met haakjes	31
verhouding	42
verschil van twee kwadraten	
ontbinden in factoren	112
vierkantswortel	110
vierkantswortels van rationale getallen	13, 112
vraagstuk	26, 41

**W**

wetenschappelijke schrijfwijze	16
--------------------------------	----