

# 5

## Cirkels en cilinders



### Dit kun je al

- 1 middelpunt en straal in een cirkel aanduiden
- 2 de oppervlakte van vlakke figuren berekenen
- 3 het volume van een prisma berekenen

### Test jezelf

Elke vraag heeft maar één juist antwoord. Controleer je antwoord in de correctiesleutel. Achter elke vraag staat een verwijzing naar extra oefeningen in je oefenboek.

	A	B	C	VERDER OEFENEN?
<b>1</b> Wat is de straal? 	AB	CD	ME	oef. 605
<b>2</b> Hoe groot is de oppervlakte van een parallellogram met een hoogte van 5 m en een basis van 12 m?	60 m <sup>2</sup>	60 m <sup>3</sup>	30 m <sup>2</sup>	oef. 724
<b>3</b> Hoe groot is de oppervlakte van het grondvlak? Het volume is 9 cm <sup>3</sup> . 	3 cm <sup>2</sup>	4,5 cm <sup>2</sup>	je kunt de oppervlakte van het grondvlak niet weten	oef. 775

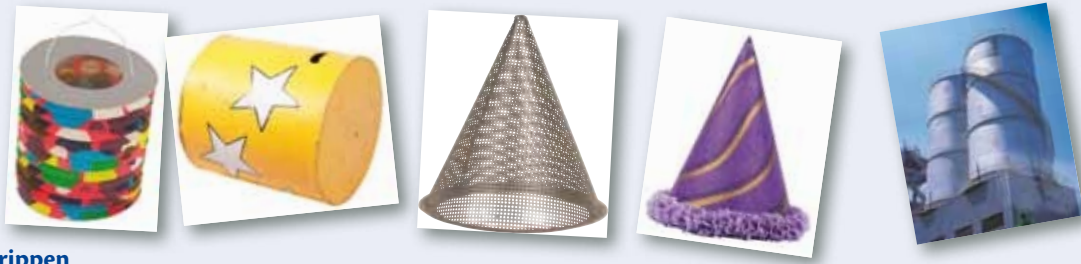
### Dit heb je nodig

- leerwerkboek p. 93-100
- oefenboek p. 253-264
- rekenmachine
- passer
- kleurpotloden

### Inhoud

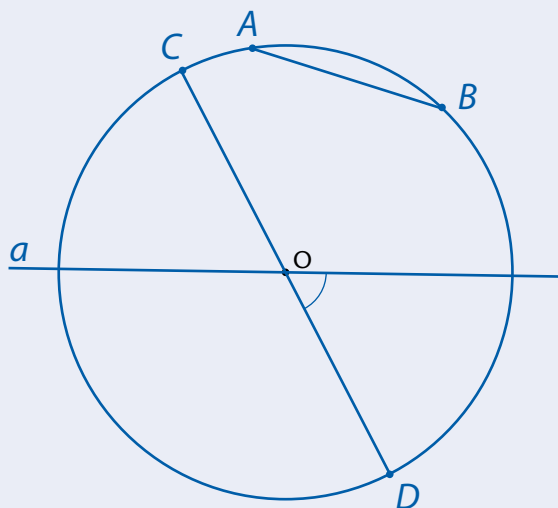
- M22** De cirkel p. 94  
**M23** De cilinder p. 98

## Op verkenning



## a Begrippen

- Geef de juiste benamingen van de ruimtefiguren die je op de foto's herkent. *cilinders en kegels*
- Welke vlakke figuur stelt het grondvlak van deze ruimtefiguren voor? *een cirkel*
- Geef enkele voorbeelden van voorwerpen die altijd de vorm van een cilinder hebben.  
*wc rolletje, buis, rolletje kleefband*
- Geef enkele voorbeelden van voorwerpen die altijd de vorm van een kegel hebben.  
*ijshoortje*
- Teken hieronder alle punten die op 3 cm liggen van het punt O. *een cirkel met middelpunt O*



- Wat heb je getekend? *een cirkel met middelpunt O en een straal van 3 cm*
- Teken een rechte a door het middelpunt van de cirkel.
- Hoe noem je a? *een middellijn*
- Duid de punten A en B op de cirkel aan en teken [AB]. [AB] is een koorde van de cirkel.
- Teken een koorde door het middelpunt van de cirkel.
- Hoe noem je de lengte van dit lijnstuk? *de diameter*
- Welk verband is er tussen de straal en de diameter van een cirkel? *de straal is de helft van de diameter.*
- Teken een hoek met als hoekpunt het middelpunt van de cirkel. Dit is een middelpuntshoek van de cirkel.

## Wiskundetaal – begrippen

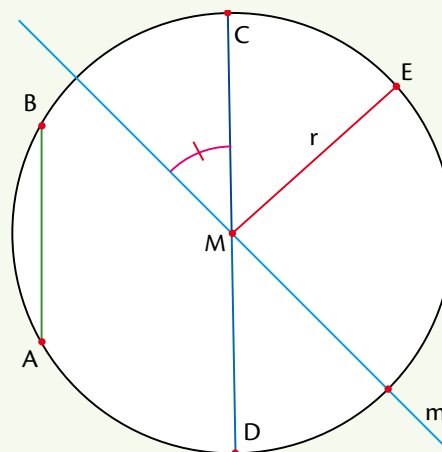
Een **middellijn** van een cirkel is een rechte die door het middelpunt van de cirkel gaat.

Een **koorde** van een cirkel is een lijnstuk dat begrensd is door twee punten van de cirkel.

De **diameter** van een cirkel is de lengte van een koorde die door het middelpunt van de cirkel gaat.




Een **middelpuntshoek** van een cirkel is een hoek waarvan het hoekpunt samenvalt met het middelpunt van de cirkel.

De **straal** van een cirkel is de lengte van een lijnstuk dat begrensd is door het middelpunt en een punt van de cirkel.



$C(M, 3 \text{ cm})$  lees je als een cirkel met middelpunt M en straal 3 cm

**b Omtrek van een cirkel**

CIRKEL	OMTREK (o)	DIAMETER (d)	O : d
	40 000 km	12 756 km	3,14
	37,7 cm	12 cm	3,14
	35,5 cm	11,3 cm	3,14



- Om de laatste kolom in te vullen, bereken je het quotiënt van de omtrek en de diameter. Rond je resultaat af op twee cijfers na de komma.
- Welk resultaat bekom je telkens? 3,14
- Hoe noem je dit getal?  $\pi$
- In elke cirkel is  $O : d = \pi$ . Met welke formule kun je de omtrek van een cirkel berekenen?  $O = \pi \cdot d$   
Schrijf een andere formule waarin je de straal gebruikt in plaats van de diameter.  $O = 2 \cdot \pi \cdot r$

**Gebruik van het rekentoestel**

Teken de toets(en) op je rekentoestel waarmee je het getal pi invoert:

Met deze toets gebruikt je rekentoestel het getal pi met veel cijfers na de komma. Je moet je resultaat dus telkens zinnig afronden.



*Thomas woont op 4,5 km van de school. De diameter van zijn fietswiel is 70 cm. Hoe dikwijls moet het wiel ronddraaien wanneer hij naar school fietst?*

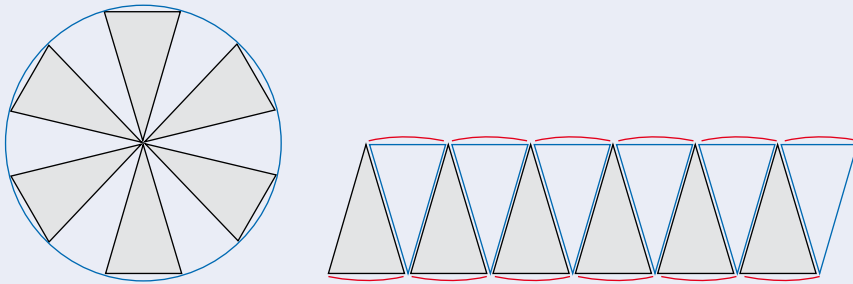
- Wat moet je berekenen? *De omtrek van het fietswiel*
- Bereken de omtrek. Bewaar het resultaat in je rekenmachine. Noteer het resultaat op 1 cm nauwkeurig.  
 $O = \pi \cdot d = \pi \cdot 70 \text{ cm} = 220 \text{ cm}$

- Bereken hoe dikwijls het wiel moet ronddraaien wanneer Thomas van thuis tot de school fietst. Reken verder met het opgeslagen resultaat in je rekenmachine.

$450.000 \text{ cm} : 220 \text{ cm} = 2045,45\dots$

*Het wiel draait 2045 keer rond onderweg naar school.*

**C** Oppervlakte van een cirkel



- Teken de cirkel over op een apart blad.
- Verdeel de cirkel in zoveel mogelijk gelijke delen, en knip de deeltjes uit.
- Daarna kleef je de deeltjes zigzag tegen elkaar zodat je een nieuwe vlakke figuur krijgt. Welke vorm heeft die nieuwe figuur bij benadering? *een parallellogram*
- Als je de deeltjes zo klein mogelijk maakt, welke figuur zal dan worden benaderd? *een rechthoek*
- Geef de formule om de oppervlakte van een rechthoek te berekenen:  $S = l \cdot b$
- Met welk gegeven van de cirkel komt de breedte van die rechthoek overeen? *met de straal*
- Met welk gegeven van de cirkel komt de lengte van die rechthoek overeen? *de helft van de omtrek*
- Vervang in de formule de lengte en de breedte van de rechthoek met de juiste gegevens van de cirkel:  
 $S = l \cdot b = r \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2}$   
 $S = \pi \cdot r \cdot r = \pi \cdot r^2$
- Vereenvoudig die formule.

**Formule – formule voor omtrek en oppervlakte van een cirkel**

cirkel	Omtrek O	Oppervlakte S
	$O = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$	$S = \pi \cdot r \cdot r = \pi \cdot r^2$
	een cirkel met straal 4 cm	een cirkel met straal 4 cm
	$O = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 4 \text{ cm} \approx 25 \text{ cm}$	$S = \pi \cdot r^2 = (\pi \cdot 4^2) \text{ cm}^2 \approx 50 \text{ cm}^2$

**CONTROLE 12** Boer Jan hangt één van zijn schaapjes aan een touw aan een paal in zijn weide. Het touw is 10 m lang. Hoeveel m<sup>2</sup> gras kan het schaapje afgrazen? Rond je resultaat af op 1 m<sup>2</sup> nauwkeurig.

$S = \pi \cdot r^2 = (\pi \cdot 10^2) \text{ m}^2 = 314 \text{ m}^2$   
*Het schaapje kan 314 m<sup>2</sup> gras afgrazen.*

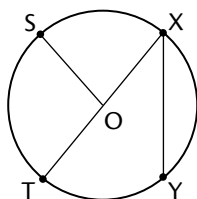


**Oefeningen**

**WEER?**  
781  
782

**MEER?**  
783  
784

**1** Geef de correcte wiskundige naam voor de aangeduide delen in de cirkel.



- O: *het middelpunt* | XT: *de diameter*
- [XY]: *een koorde* | SÔT: *een middelpuntshoek*
- |OS|: *de straal*

- 2 • Bereken de omtrek.  
• Rond je resultaat af op twee decimalen.

a De cirkel met een straal van 4 cm.

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 4 \text{ cm} = 25,13 \text{ cm}$$

b De cirkel waarvan de diameter 6 cm is.

$$O = \pi \cdot d = \pi \cdot 6 \text{ cm} = 18,85 \text{ cm}$$

- 3 • Bereken de oppervlakte.  
• Rond je resultaat af op twee decimalen.

a Een cirkel met een straal van 5 cm.

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 5^2 \text{ cm}^2 = 78,54 \text{ cm}^2$$

b Een cirkel met een diameter van 7 cm.

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3,5^2 \text{ cm}^2 = 38,48 \text{ cm}^2$$

c Het zwarte springdoek van een ronde trampoline met een diameter van 4,5 m.

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 2,25^2 \text{ m}^2 = 15,90 \text{ m}^2$$



- 4 Hiernaast zie je een afbeelding van de loop piste van een sportterrein.  
Rond bij de volgende vragen je antwoord steeds af op 1 eenheid nauwkeurig!

a Bereken hoe lang één rondje is langs de binnenkant van de baan.

*De omtrek van de baan is gelijk aan de omtrek van één cirkel + twee keer 80 m.*

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r + 2 \cdot 80 \text{ m} = 2 \cdot \pi \cdot 34 \text{ m} + 160 \text{ m} \\ = 214 \text{ m} + 160 \text{ m} = 374 \text{ m}$$

b Bereken hoe lang één rondje is langs de buitenkant van de baan.

*De straal wordt nu 34 m + 10 m = 44 m.*

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r + 2 \cdot 80 \text{ m} = 2 \cdot \pi \cdot 44 \text{ m} + 160 \text{ m} = 276 \text{ m} + 160 \text{ m} = 436 \text{ m}$$

c Bereken de oppervlakte van de baan.

$$S(\text{grootste}) = 80 \text{ m} \cdot 88 \text{ m} + \pi \cdot 44^2 \text{ m}^2 = 13\,122 \text{ m}^2$$

$$S(\text{kleinste}) = 80 \text{ m} \cdot 68 \text{ m} + \pi \cdot 34^2 \text{ m}^2 = 9072 \text{ m}^2$$

$$\text{Verschil: } 13\,122 \text{ m}^2 - 9072 \text{ m}^2 = 4050 \text{ m}^2$$

*De baan heeft een oppervlakte van 4050 m<sup>2</sup>.*

d Stien heeft bij de Coopertest 12 minuten gelopen. Ze heeft in die tijd vijf keer de volledige piste rondgelopen aan de buitenkant van de baan. Hoeveel kilometer heeft Stien gelopen? (niet afronden)

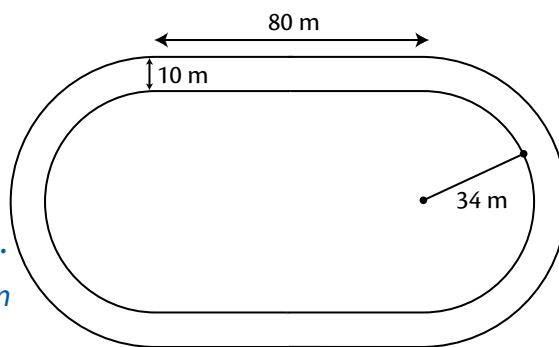
$$5 \cdot 436 \text{ m} = 2180 \text{ m} = 2,180 \text{ km}$$

*Stien heeft 2,180 km gelopen.*

e Aan welke gemiddelde snelheid heeft Stien de Coopertest gelopen? (niet afronden)

$$5 \cdot 2,180 \text{ km} = 10,9 \text{ km}$$

*Stien heeft met een gemiddelde snelheid van 10,9 km per uur gelopen.*



WEER?  
794

MEER?  
795

WEER?  
796

MEER?  
797

WEER?  
798  
799

MEER?  
800  
801

#### Wat moet je kunnen?

- de delen van een cirkel juist benoemen
- de omtrek en de oppervlakte van een cirkel berekenen

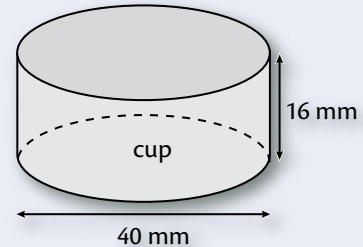
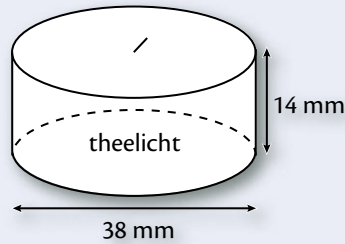
## Op verkenning

## a Volume van een cilinder

Een theelichtje wordt in een cup verpakt omdat het kaarsvet tijdens het branden smelt.

De maten van het theelichtje en de cup kun je in de volgende figuur aflezen.

Bereken hoeveel kaarsvet er voor één theelichtje nodig is.



- Schrijf de formule om het volume van een prisma te berekenen.

$$V = S_G \cdot h$$

- Wat is het grondvlak van een theelichtje?

een cirkel

- Vervang de oppervlakte van het grondvlak door de juiste formule.

$$V = S_{\text{cirkel}} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

- Gebruik deze formule om te berekenen hoeveel kaarsvet je nodig hebt voor één theelichtje (rond af op twee decimalen).

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 19^2 \cdot 14 \text{ mm}^3 = 15\,877,61 \text{ mm}^3$$

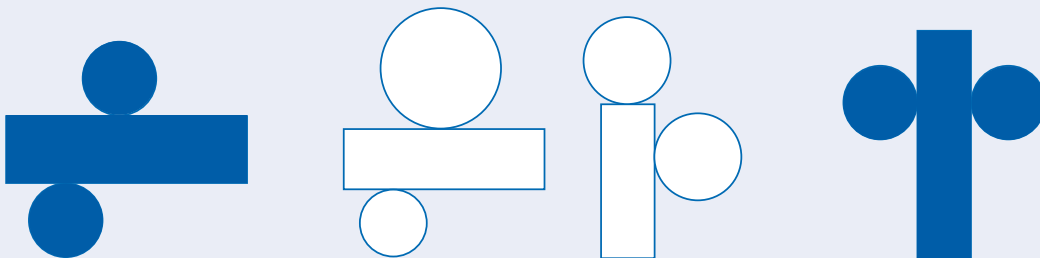
Je hebt 15 877,61 cm<sup>3</sup> kaarsvet nodig.

## b Oppervlakte van een cilinder

- Bereken tot op 1 cm<sup>2</sup> nauwkeurig hoeveel aluminium er nodig is voor één cup.
- In welke vlakke voorstelling kun je de oppervlakte van een ruimtefiguur het best herkennen?

In de ontwikkeling van die ruimtefiguur.

- Kleur hieronder de figuren die een ontwikkeling van een cilinder kunnen voorstellen.



- Wat is de lengte van de rechthoek?
- Wat is de breedte van de rechthoek?

de omtrek van het grondvlak.

de hoogte van de cilinder.

- Hoe bereken je de oppervlakte van die rechthoek?  $S = l \cdot b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

- Vul hieronder de formule verder aan om de oppervlakte van een cilinder te berekenen.  
 $S = 2 \cdot \text{oppervlakte grondvlak} + \text{oppervlakte gebogen zijvlak} =$

$$S = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

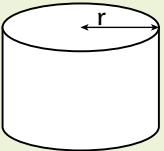
- Bereken hoeveel aluminium je nodig hebt om één cup voor een theelichtje te maken. Rond af op twee decimalen. (De cupjes hebben geen bovenvlak!)

$$S = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = \pi \cdot 20^2 + 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 16 \text{ mm}^2 = 3267,26 \text{ mm}^2 = 3267,26 \text{ mm}^2$$

Je hebt 3267,26 mm<sup>2</sup> aluminium nodig.



**Formule – formule voor volume en oppervlakte van een cilinder**

cilinder	Volume V	Oppervlakte S
	$V = \pi \cdot r \cdot r \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$ <p>een cilinder met een straal van 5 m en een hoogte van 7 m</p> $V = (\pi \cdot 5^2 \cdot 7) \text{ m}^3 \approx 550 \text{ m}^3$	$S = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

**CONTROLE 13** Bereken het volume van een cilindervormig glas met een hoogte van 20 cm en waarvan de diameter van het grondvlak 5 cm is. Rond af op twee decimalen.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2,5^2 \text{ cm}^2 \cdot 20 \text{ cm} = 392,70 \text{ cm}^3$$

Het glas heeft een volume van 392,70 cm<sup>3</sup>.

## Oefeningen

- 5**
- Bereken het volume.
  - Rond je resultaat af op twee decimalen.

**a** Een cilinder van 5 cm hoog met een diameter van 4 cm.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h =$$

$$\pi \cdot 2^2 \text{ cm}^2 \cdot 5 \text{ cm} = 62,83 \text{ cm}^3$$

**b** Een cilinder met een straal van 3,5 cm en een hoogte van 2 m.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3,5^2 \text{ cm}^2 \cdot 200 \text{ cm}$$

$$= 7696,90 \text{ cm}^3$$

**c** Een stuk elektriciteitsbuis met een diameter van 2 cm en een lengte van 3 m.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \text{ cm}^2 \cdot 300 \text{ cm}$$

$$= 942,48 \text{ cm}^3$$

- 6** Hoeveel liter water heb je nodig om een rond zwembadje met een diameter van 2 m en een hoogte van 70 cm te vullen tot op 5 cm van de bovenrand? Rond je resultaat af op de eenheid.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 10^2 \text{ dm}^2 \cdot 6,5 \text{ dm} = 2042 \text{ dm}^3 = 2042 \text{ l}$$

Je hebt 2042 liter water nodig om het zwembadje te vullen.

- 7**
- Bereken de oppervlakte.
  - Rond je resultaat af op twee decimalen.

**a** Een cilinder met een straal van 8 cm en een hoogte van 10 cm.

$$S = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 8^2 \text{ cm}^2 + 2 \cdot \pi \cdot 8 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 904,78 \text{ cm}^2$$

**b** De verpakking van een doosje smeerkaas met een diameter van 11 cm en een hoogte van 3,5 cm.

$$S = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot 5,5^2 \text{ cm}^2 + 2 \cdot \pi \cdot 5,5 \text{ cm} \cdot 3,5 \text{ cm} = 311,02 \text{ cm}^2$$

### Wat moet je kunnen?

- het volume van een cilinder berekenen
- de oppervlakte van een cilinder berekenen

WEER?  
807

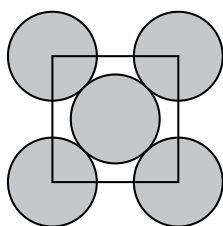
WEER?  
808  
809

WEER?  
810  
811

WEER?  
818



- 8 Vijf even grote grijze cirkels raken elkaar zoals hiernaast is getekend. De middelpunten van de buitenste cirkels zijn de hoekpunten van een vierkant. Welk deel van het grijze gebied ligt binnen het vierkant?



- A  $\frac{1}{4}$       B  $\frac{2}{5}$       C  $\frac{5}{9}$       D  $\frac{3}{5}$       E  $\frac{2}{3}$

Er zijn in totaal 5 cirkels. De vier kwartjes in de hoeken van het vierkant vormen samen één cirkel. Er zijn twee cirkels binnen het vierkant. Twee cirkels van vijf cirkels is  $\frac{2}{5}$ .



- 9 Chris heeft twee cirkels en drie rechten getekend en alle snijpunten gekleurd. Wat is het grootste aantal snijpunten dat hij gekleurd kan hebben.

- A 14      B 15      C 16      D 17      E 18

De cirkels kunnen twee snijpunten hebben: 2.

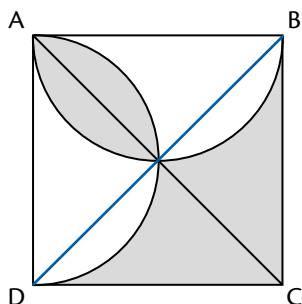
Elke rechte kan vier snijpunten hebben met de cirkels:  $4 \cdot 3 = 12$ .

De rechten kunnen onderling maximaal drie snijpunten hebben: 3.

Totaal:  $2 + 12 + 3 = 17$ .



- 10 In vierkant ABCD met zijde 2 cm worden twee halve cirkels getekend met diameter AB en AD. Hoeveel  $\text{cm}^2$  is de oppervlakte van het grijze gebied?



- A  $\frac{3}{4}$       B 1      C  $\frac{\pi}{2}$       D 2      E  $2\pi$

Teken diagonaal BD. De oppervlakte van het grijze deel is even groot als de oppervlakte van het witte deel. De oppervlakte van het grijze deel is bijgevolg de helft van de oppervlakte van het vierkant en bedraagt  $4 \text{ cm}^2 : 2 = 2 \text{ cm}^2$ .



- 11 Verdeel het grijze vierkant in acht kleinere vierkanten. Je moet hierbij de volledige oppervlakte van het gegeven vierkant gebruiken.  
Tip: de vierkanten moeten niet allemaal even groot zijn.

